ВІСНИК ЛЬВІВСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ *VISNYK LVIV UNIVERSITY*
Філософські науки. 2007. Вип. 10. С .110–127 *Philos. Sci. 2007. N 10. P. 110–127*

УДК 162.2

МЕТОДИ ПЕРЕВІРКИ ПРАВИЛЬНОСТІ ВИВЕДЕННЯ ВИСНОВКУ ІЗ ЗАСНОВКІВ У ТЕОРІЇ СИЛОГІСТИКИ

Андрій Синиця

Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська,1, м. Львів, 79000, Україна, k_istfil@franko.lviv.ua

Розкрито суть основних методів перевірки правильності виведення висновку із засновків у теорії силогістики, які розробили Аристотель, Л. Ейлер, Д. Вен, Л. Керол, Я. Лукасевич, В. Смирнов та інші. А також запропоновано власний метод виведення, який отримав назву "метод алгебраїзації".

Ключові слова: силогізм, формалізація, алгебраїзація, деалгебраїзація.

З часу виникнення логіки як науки проблема виведення в силогістиці завжди знаходилась у центрі уваги логіків. Так, А. Шуман зауважує: "Сучасні методи формалізації силогістики свідчать про те, що вона і сьогодні не втратила своєї значущості як формально-логічна теорія" [7, с. 65].

А. Суботін у статті "Смисл і цінність формалізації в логіці" зазначає, що "розробляючи теорію дедукції в її силогістичній формі, Аристотель увів буквенні символи для позначення термінів і тим самим зробив першу, ще доволі недосконалу спробу виразити логічні відношення у вигляді формул" [6, с. 92].

Аристотель запропонував власний метод формалізації силогістики. Особливістю такого методу є введення буквенної символіки для позначення термінів, встановлення логічного відношення між термінами, фігурами. Формалізація Аристотеля передбачає певний метод перевірки правильності виведення висновку із засновків простого категоричного силогізму, про що буде сказано далі. Після Аристотеля багато логіків і математиків, зокрема Л. Ейлер, Д. Вен, Л. Керол, Я. Лукасевич, В. Смирнов та інші, створюючи власні методи формалізації силогістики, запропонували нові методи перевірки правильності виведення висновку із засновків простого категоричного силогізму.

Актуальність цієї проблематики полягає в тому, що “сучасна формальна логіка прагне щоразу більшої точності. Таку мету можна досягнути лише використовуючи точну мову, побудовану за допомогою стійких, наочно сприйнятних знаків” [4, с. 52]. Розглянемо деякі з цих методів перевірки і запропонуємо власний метод (метод алгебраїзації).

Для того, щоб перейти безпосередньо до методу алгебраїзації, потрібно спершу дати дефініції і ввести низку необхідних позначень, які будуть використовуватися в процесі формування алгебраїчного методу перевірки правильності виведення висновку із засновків в теорії силогістики.

Отже, простий категоричний силогізм – це опосередкований умовивід, в якому з двох простих висловлювань можна вивести третє. Два вихідні висловлювання – це засновки, вивідне – висновок.

“Висловлювання – це речення, смислом якого є судження, а значенням – такі логічні об’єкти, як “істина” або “хиба” [3, с. 180].

“Судження – це думка, в якій стверджується або заперечується зв’язок між об’єктами і ознаками” [3, с. 178].

Позначимо частину висловлювання, яка виражає предмет думки, літерою S, а частину висловлювання, в якій відображені властивості S (предмета думки) літерою P. Тоді висловлювання, в якому всі предмети думки S мають властивість P, отримує такий вигляд:

Всі S є P

Висловлювання, в якому частина предметів думки S має властивість P, можна подати як:

Деякі S є P

Висловлювання, в якому жоден із предметів думки S не має властивості P, отримує такий вигляд:

Жоден S не є P

Слова “всі”, “деякі”, “жоден” – це квантори (знаки кількості), “є”, або “не є” – це логічна зв’язка, за допомогою якої фіксується відношення між предметом думки і властивістю предмета думки.

Отже, висловлювання містить такі чотири частини:

Знак кількості	Суб’єкт	Логічна зв’язка	Предикат
Всі Деякі Жоден	S	є (не є)	P

Два судження можна поєднати у формі силогізму за умови, що в них є спільний термін M.

Виникає запитання: яка різниця між висловлюванням “Деякі S не є P” (у традиційній логіці це частково-заперечне висловлювання) і висловлюванням “Деякі S є не-P”? – Різниці немає, оскільки перше ми можемо отримати з другого за правилом перетворення безпосередніх умовиводів.

Висловлювання “Деякі S є P” означає, що кілька або хоча б один предмет думки S має властивість P.

Висловлювання “Всі S є P” означає, що кілька або хоча б один предмет думки S має властивість P і що жоден предмет думки S не має властивості не-P.

Висловлювання цих двох типів містять у собі вказівку на існування предметів думки, в той час як у висловлюванні “Жоден S не є P” про їх існування не йдеться: “Природнішим є перевід, побудований на ідеї, що стверджувальні висловлювання силогістики стверджують непорожність суб’єкта, а заперечні – ні” [5, с. 145].

Методи перевірки правильності виведення висновку в простому категоричному силогізмі, описані в цій статті, проілюструємо за допомогою такого прикладу:

Всі видатні логіки мали аналітичний склад розуму
<u>Деякі поляки були видатними логіками</u>
Деякі поляки мали аналітичний склад розуму

1. Метод перевірки правильності виведення висновку із засновків у традиційній логіці

У нашому прикладі термін “поляки”, що є суб’єктом висновку, в традиційній логіці називається меншим терміном і позначається символом S, а термін “ті, хто мали аналітичний склад розуму” називається більшим терміном і позначається символом P. Термін “видатні логіки”, який входить в обидва засновки, але відсутній у висновку, називається середнім терміном і позначається символом M.

“...Засновок, до якого входить більший термін, називається більшим. Засновок, до якого входить менший термін, називається меншим” [3, с. 255].

Відповідно в нашому прикладі перше висловлювання є більшим засновком, а друге – меншим.

“При побудові категоричного силогізму дотримуються певних правил, які поділяються на... загальні правила категоричного силогізму і спеціальні правила фігур” [3, с. 255].

Аристотель писав: “Будь-яке доведення і будь-який силогізм обов’язково будується за трьома фігурами” [1, с. 168]. Такий силогізм у традиційній логіці Аристотеля, розвинутій середньовічними логіками, належить до першої фігури і має модус AII (DARII). Оскільки всі правила першої фігури дотримані (більший засновок – загальне висловлювання, менший – стверджувальне), а також дотримані загальні правила категоричного силогізму (як правила термінів, так і правила засновків), то силогізм у цілому є правильним, а отже, і висновок, що “деякі поляки мали аналітичний склад розуму” теж є правильним.

2. Перевірка правильності виведення висновку із засновків за допомогою кіл Ейлера

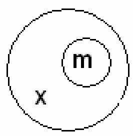
Л. Керол про цей метод пише так: “У добре відомому методі кіл Ейлера кожне коло означає деякий клас предметів, а діаграма складається з двох кіл, за допомогою яких наочно зображують відношення між двома класами (підпорядкування, перехрещення тощо)” [2, с. 340].

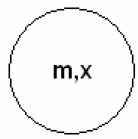
Нехай сукупність усіх людей буде “Всесвітом” для нашого силогізму, тоді позначимо m – видатні логіки, x – люди, які мали аналітичний склад розуму, y – поляки.

Тоді силогізм можна записати в такий спосіб:

Всі m є x
<u>Деякі y є m</u>
Деякі y є x

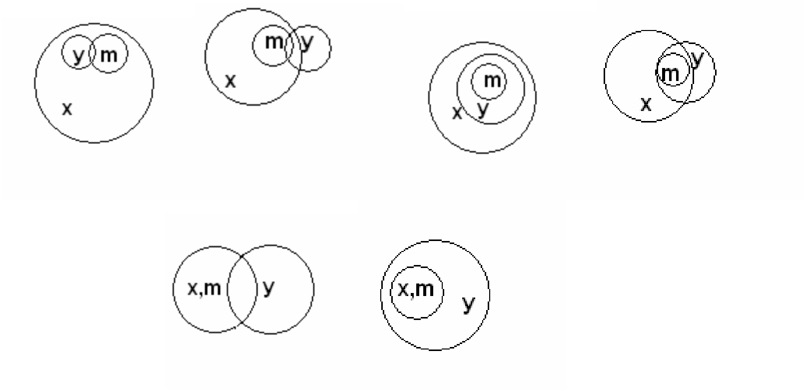
Для більшого засновку ми можемо взяти такі два відношення між колами:



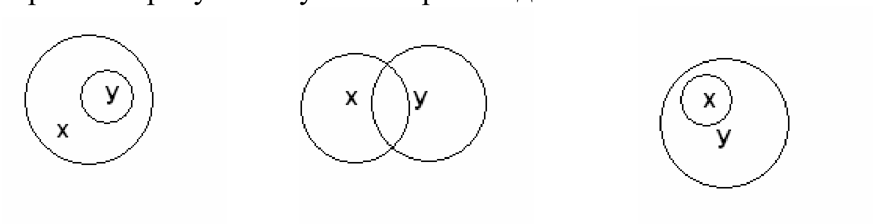


Для меншого засновку такі:

Комбінуючи всіма можливими способами дані відношення між колами меншого і більшого засновків, ми отримаємо такі 6 відношень:



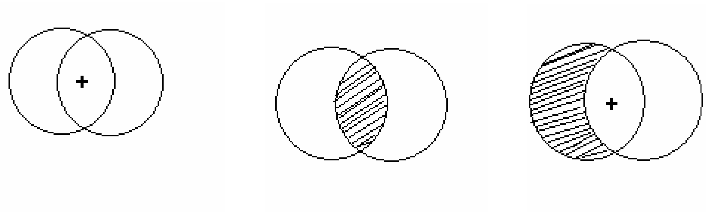
Виключаючи середній термін, можна помітити, що менший і більший терміни перебувають у таких трьох відношеннях:



Тобто єдиним спільним для цих трьох відношень між колами буде висновок, що “Деякі x є y” (“Деякі поляки мали аналітичний склад розуму”). Такий метод потребує багато графіки при розв’язуванні. Та це ще один простий розв’язок. При розв’язуванні інших силогізмів процес стає ще більш громіздким, а висновки менш цінними!

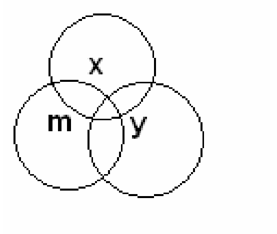
3. Перевірка правильності виведення висновку із засновків методом діаграм Вена

Л. Керол про цей метод пише: “Вен за допомогою діаграм

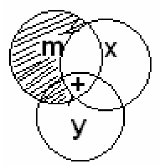


зображає будь-яке відношення між x і y, заштриховуючи ту частину діаграми, відносно якої відомо, що вона порожня, і, позначаючи знаком “+” ту частину, про яку відомо, що вона зайнята” [2, с. 342].

“Щоб зобразити одночасно два судження (зі спільним терміном), треба взяти трибуквенну діаграму. Саме такі діаграми використовував Вен” [2, с. 342]:



Побудуємо трибуквенну діаграму і перевіримо правильність виведення висновку із засновків методом діаграм Вена:

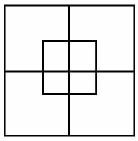


Більший засновок стверджує, що “Всі m є x”, тобто заштрихуємо елементи, які належать m і не належать x.

Менший засновок стверджує, що повинні бути елементи my, а це означає, що вони належать до mxy (позначимо їх “+”), а отже, існують певні елементи xy, тобто “Деякі x є y” (“Деякі поляки мали аналітичний склад розуму”).

4. Метод діаграм Л. Керола

Л. Керол позначав середній термін – m [2, с. 228], а більший і менший терміни – x або y [2, с. 212–213]; m, x, y – це ознаки, які притаманні певним класам предметів. Для того, щоб перевірити правильність виведення висновку із засновків цим методом, потрібно побудувати діаграму і ввести низку умовностей:



1) нехай всі поля, які знаходяться над середньою горизонтальною лінією відповідають наявності ознаки x, а під – відсутності цієї ознаки (x’);

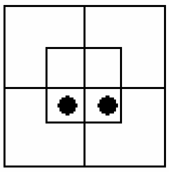
2) нехай всі поля зліва від середньої вертикальної лінії відповідають наявності ознаки y, а справа – її відсутності (y’);

3) нехай всі поля внутрішнього квадрата відповідають наявності ознаки m, а всі інші –її відсутності (m’);

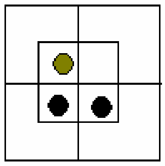
4) позначимо червоним кругом ● – наявність предметів, які мають певну ознаку, а чорним ● – їхню відсутність. (Л. Керол пише: “Будемо вважати, що червона фішка, поставлена на будь-яке поле, означає “це поле зайняте” (тобто “це поле містить у крайньому разі один предмет”),... чорна фішка, поставлена на певне поле, означає “це поле порожнє” (тобто “в цьому полі нічого немає”)” [2, с. 215]).

Заповнимо діаграму:

1-й крок. Оскільки “Всі m є x”, то “Жоден m не є x’”. Позначимо це:



2-й крок. Позначимо, що “Деякі y є m”:



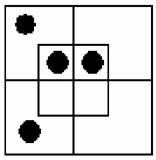
Отже, поле, яке характеризується такими ознаками, як xym, має певні елементи. А це означає, що "Деякі x є y" ("Деякі поляки мали аналітичний склад розуму").

Якщо не можливо зробити висновок, круг ставиться на лінію між відповідними полями. Цим методом можна спростувати твердження про те, що з двох заперечних висловлювань нічого не слідує. Наприклад, візьмемо такі два висловлювання:

Жоден x не є m

Жоден m' не є y

Побудуємо для них діаграму:



Оскільки в лівому верхньому квадраті немає жодного елемента, то ми можемо зробити висновок, що "Жоден x не є y".

5. Метод індексів Л. Керола

Суть цього методу полягає в тому, що Л. Керол запропонував певні правила індексації суджень, а також запропонував всі судження зводити до трьох основних фігур. Залежно від того, до якої фігури буде належати цей силогізм, ми зможемо зробити певні висновки.

Судження, які починаються словом "Деякі", він називає "судженнями-реальності", а судження, які починаються зі слів "Жоден", "Всі", – "судженнями-химерами" [2, с. 255].

Відсутність певної ознаки позначається "'" (m', x', y'); m і m' називаються виключаючими термінами різних знаків.

1) Вираз xm_0 – означає "Жоден x не є m";

2) Вираз xm_1 – означає "Деякі x є m";

3) Вираз x_1m_0' – означає "Всі x є m".

Перший і третій вирази є "судженнями-химерами". Другий вираз є "судженням-реальністю".

До першої фігури належать силогізми, засновками яких є "судження-химери" з виключаючими термінами різних знаків. Висновком буде судження, терміни якого мають ті ж знаки, що й у засновках:

$xm_0 \wedge ym_0' \rightarrow xy_0$, [2, с. 262].

До другої фігури належать силогізми, один засновок яких є "судженням-химерою", інший "судженням-реальністю" з виключаючими термінами одного знаку. Висновком буде "судження-реальність", в якому термін, що залишається, має інший знак, ніж у засновках:

$xm_0 \wedge ym_1 \rightarrow x'y_1$, [2, с. 262].

До третьої фігури належать два "судження-химери", в яких стверджується існування виключаючих термінів одного знаку. Висновком буде "судження-реальність", в якому обидва терміни мають знак, протилежний до того, що у засновках:

$xm_0 \wedge ym_0 \wedge m_1 \rightarrow x'y_1'$, [2, с. 262]

Запишемо наш силогізм методом індексів:

$m_1x_0' \wedge ym_1 \rightarrow yx_1$

Зауважимо, що Л. Керол замість знаку кон'юнкції використовує знак †, а замість знаку матеріальної імплікації – знак P [2, с. 255–256].

Такий силогізм стосується другої фігури, оскільки засновками є "судження-химери" і "судження-реальність" з виключаючими термінами одного знаку.

Недоліком цього методу є те, що існують формули, які не належать до жодної фігури (наприклад, $m'x_0' \wedge y_1m_0'$). Л. Керол пише: "Ця формула не підходить до жодної з трьох фігур. Відповідно, необхідно звертатися до методу діаграм…" [2, с. 264]. За допомогою методу діаграм він встановлює три форми помилок, які потрібно брати до уваги при аналізі силогізмів. А саме: помилку двох засновків-реальностей, помилку виключаючих термінів різних знаків із засновком-реальністю, помилку виключаючих термінів одного знаку, існування яких не стверджується [2, с. 265–266].

6. Метод аналітичних таблиць у логіці предикатів

"...Цей метод ефективний у зв'язку з перекладом висновків із категоричних висловлювань на мову логіки предикатів..., яка припускає такі предикати, обсяг яких не містить жодного елемента... Силогістика ж не передбачає порожніх термінів” [3, с. 265].

Введемо чотири аналітичні правила для кванторів, які разом з аналітичними правилами логічних термінів складуть основу методу:

$$\frac{T\forall x\, P(x)}{T\, P(a)} \qquad \frac{F\forall x\, P(x)}{F\, P(в)} \qquad \frac{T\exists x\, P(x)}{T\, P(в)} \qquad \frac{F\exists x\, P(x)}{F\, P(a)}$$

де T – позначає “істинність”, F – “хибність”, $\exists$ – квантор існування, $\forall$ – квантор загальності, P – предикат, x – змінна, a – необмежена змінна, в – обмежена.

“Правила T$\forall$ і F$\exists$ дають змогу підставляти будь-яку змінну, але підставляють лише ті змінні, які роблять аналітичну таблицю замкненою” [3, с. 266].

Буква “a” у правилах T$\forall$ і F$\exists$ означає будь-яку змінну.

Змінна “в” у правилах T$\exists$ та F$\forall$ означає таку предметну змінну, якої не має в жодній формулі гілки таблиці, де використовується це правило.

Формалізуємо мовою логіки предикатів засновки і висновок нашого силогізму:

“Всі видатні логіки мали аналітичний склад розуму” – $\forall x\,(M(x) \supset S(x))$

“Деякі поляки були видатними логіками” – $\exists x(P(x) \wedge M(x))$

“Деякі поляки мали аналітичний склад розуму” – $\exists x(S(x) \wedge P(x))$

Після формалізації в межах логіки предикатів цей силогізм є імплікацією, антицедентом якої є кон’юнкція двох засновків, а консеквентом – висновок: $[\forall x(M(x) \supset S(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge M(x))] \supset \exists x(S(x) \wedge P(x))$.

Перевіримо правильність виведення висновку із засновків таким методом:

0.	0. $F\,[\forall x\,(M(x) \supset S(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge M(x))] \supset \exists x\,(S(x) \wedge P(x))$	
I.	1. $T\forall x\,(M(x) \supset S(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge M(x))$	
	2. $F\exists x\,(S(x) \wedge P(x))$	F$\supset$, до 0
II.	3. $T\forall x(M(x) \supset S(x))$	
	4. $T\exists x(P(x) \wedge M(x))$	T$\wedge$, до 1
III.	5. $T\,(M(a) \supset S(a))$	T$\forall$, до 3
IV.	6. $T\,(P(a) \wedge M(a))$	T$\forall$, до 4
V.	7. $F\,(S(a) \wedge P(a))$	F$\exists$, до 2

VI. 8. F M(a) | T S(a) T$\supset$, до 5

VII. 9. T P(a) , T M(a) T/\ , до 6

VIII. 10. F S(a) | F P(a) F/\ , до 7

Випишемо гілки:

1) F M(a), T P(a), T M(a), F S(a) +

2) F M(a), T P(a), T M(a), F P(a) +

3) T S(a), T P(a), T M(a), F S(a) +

4) T S(a), T P(a), T M(a), F P(a) +

Чотири гілки замкнені, а отже, умовивід правильний.

Застосовуючи метод аналітичних таблиць, ми можемо перевірити, чи всі висновки силогістики є логічно коректними, чи ні, та, на жаль, зробити висновок із двох засновків простого категоричного силогізму цим методом не вдасться.

7. Аксіоматичний метод Я. Лукасевича

Ян Лукасевич пише, що: "Всі аристотелеві силогізми – це імплікації типу "Якщо α і β, то γ, де α і β – це засновки, а γ – це висновок" [4, с. 57].

Видатний польський логік створив аксіоматику аристотелевої силогістики. Він зауважує: "Кожна аксіоматично побудована дедуктивна система спирається на три основні елементи: першопочаткові терміни, аксіоми і правила виведення" [4, с. 140].

Першопочатковими термінами його системи є константи A і I, через які він визначає дві інші константи – E і O:

"Визначення 1. Eab = NIab;

Визначення 2. Oab = NAab" [4, с. 140], де N – знак заперечення.

Одразу ж зазначу, що Я. Лукасевич розуміє під константами A, E, I, O: "Константами аристотелевої силогістики є чотири відношення "бути властивим будь-чому", або A, "не бути властивим жодному", або E, "бути властивим деякому", або I, і "не бути властивим деякому", або O" [4, с. 89].

Замість визначень 1 і 2 Я. Лукасевич вживає такі правила виведення:

"Правило RE: NI можна всюди замінити на E, і навпаки;

правило RO: NA можна всюди замінити на O, і навпаки" [4, с. 140], де R – можливість заміни відповідних констант.

За аксіоми Я. Лукасевич бере чотири положення системи:

“1. Aaa
2. Iaa
3. CKAbcAabAac (Barbara)
4. CKAbcIbaIac (Datisi)” [4, с. 140], де C – знак імплікації, K – кон’юнкції, a, b, c – терміни силогізму. Я. Лукасевич пише, що “побудувати систему на основі однієї аксіоми неможливо” [4, с. 123].

Формалізація нашого силогізму в межах аксіоматики Я. Лукасевича виглядатиме так:

Позначимо “видатних логіків” – b, “поляків” – a, “тих, хто мали аналітичний склад розуму” – c; тоді висловлювання “Всі видатні логіки мали аналітичний склад розуму” виглядатиме так: Abc, а висловлювання “Деякі поляки були логіками”– Iab (або за правилом перетворення безпосередніх умовиводів логіки висловлювань Iba).

Кон’юнкція цих засновків відповідає антицеденту четвертої аксіоми (KAbcIba), а отже, консеквентом буде вираз Iac (CKAbcIbaIac), тобто “Деякі поляки мали аналітичний склад розуму”).

8. Переводи силогістики Аристотеля в одномісне числення предикатів В. Смирновим

В. Смирнов пише: “Під силогістикою будемо розуміти теорію, яка включає в себе: 1) всі модуси силогістики; 2) правила логічного квадрата; 3) правила перетворень” [5, с. 142–143].

Він розглядає чотири системи силогістики, які називає С1, С2, С3, С4.

В систему С1 він вводить такі аксіоми:

“1. $ASM \,\&\, AMP \supset ASP$ 4. $ESP \supset EPS$
2. $ASM \,\&\, EMP \supset ESP$ 5. $ISP \equiv \neg ESP$
3. $ASP \supset ISP$ 6. $OSP \equiv \neg ASP$” [5, с. 143].

В системі С2 він до аксіом системи С1 додає аксіому 7. $ISP \supset ASS$, а в С3 до аксіом С1 додає аксіому 8. ISS. А система С4 – це система С1 з додатковими аксіомами 7 і 8.

В. Смирнов зазначає: “Легко показати, що С4 еквівалентна системі Я. Лукасевича ...” [5, с. 144]. А тому наш силогізм буде легко розв’язати в системі С4. Для цього необхідно скористатися аксіомами 1, 3 і 4.

У 1967 році В. Смирнов “запропонував перевід силогістики в одномісне числення предикатів, побудований на тому, що загальні висловлювання силогістики стверджують непорожність суб'єкта і неуніверсальність предиката, а часткові – ні" [5, с. 145].

Ось формули такого переводу:

"$(ASP)^\circ = \exists xSx \& \exists x \neg Px \& \forall x(Sx \supset Px)$

$(ESP)^\circ = \exists xSx \& \exists xPx \& \forall x(Sx \supset \neg Px)$

$(ISP)^\circ = \exists xSx \& \exists xPx \supset \exists x(Sx \& Px)$

$(OSP)^\circ = \exists xSx \& \exists x \neg Px \supset \exists x(Sx \& \neg Px)$

$(\alpha \bigtriangledown \beta)^\circ = (\alpha)^\circ \bigtriangledown (\beta)^\circ$

$(\neg \alpha)^\circ = \neg (\alpha)^\circ$", де $^\circ$ – знак переводу, $\bigtriangledown$ – знак &, $\vee$, $\supset$, α, β – знаки атомарних висловлювань силогістики.

А ось у 1974 році він запропонував наступний перевід, "заснований на ідеї, що стверджувальні висловлювання силогістики стверджують непорожність суб'єкта, а заперечні – ні" [5, с. 145].

Цей перевід має такий вигляд:

"$(ASP)^+ = \exists xSx \& \forall x(Sx \supset Px)$

$(ESP)^+ = \forall x (Sx \supset \neg Px)$

$(ISP)^+ = \exists x (Sx \& Px)$

$(OSP)^+ = \exists xSx \supset \exists x(Sx \& \neg Px)$

$(\alpha \bigtriangledown \beta)^+ = (\alpha)^+ \bigtriangledown (\beta)^+$

$(\neg \alpha)^+ = \neg (\alpha)^+$", [5, с. 146], де $^+$ – знак переходу.

Отже, дані переводи поміщають силогістику в одномісне числення предикатів і дають змогу досліджувати її засобами одномісного числення предикатів.

9. Алгебраїчний метод

Для того, щоб перевірити правильність виведення висновку із засновків простого категоричного силогізму алгебраїчним методом, потрібно спершу формалізувати два засновки силогізму. Нагадаємо, що під формалізацією розуміють процес кодування засобами формально-логічної теорії фрагментів наукових теорій чи самих теорій [3, с. 52]. Під алгебраїзацією ми розуміємо процес перетворення формального виразу висловлювання на алгебраїчний, тобто такий, що має змінні, знаки математичних операцій, сталі тощо. Отже, відмінність між алгебраїзацією і формалізацією полягає у засобах, за допомогою яких кодуються вирази природної мови, а звідси випливає, що алгебраїзацію можна розглядати як частковий випадок формалізації або один із його різновидів. Так, при алгебраїзації використовуються засоби математики (змінні (x, y, m), знаки математичних операцій (+, –), сталі (0,1)), а при формалізації – засоби формально-логічної теорії (логічні терміни (наприклад, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$), нелогічні терміни (S, P, M) тощо). Характерною ознакою простого категоричного силогізму є те, що в засновках є спільний термін. Позначатимемо його m (або m' – у випадку, коли середнім терміном силогізму є не-m). Менший і більший терміни силогізму позначатимемо x і y відповідно (x' і y' – у випадку, коли меншим і більшим термінами силогізму є не-x і не-y).

Висловлювання типу "Всі S є P" після формалізації набуває вигляду: Bsp

Висловлювання типу "Деякі S є P": Dsp

Висловлювання типу "Жоден S не є P": Hsp, де S і P – суб'єкт і предикат висловлювань.

Суб'єкт і предикат висловлювань, які є засновками силогізму, відповідно стають більшим, середнім і меншим термінами силогізму, а тому набувають ознак x (x'), y (y') чи m (m'), згідно з правилами термінів силогізму.

Одразу ж зазначимо, що Bsp-висловлювання – це єдність двох висловлювань Dsp і Hsp', де P' – властивість, протилежна до властивості P. Тобто, якщо P – відповідає x, то P' – відповідатиме x' (аналогічно, якщо S відповідає y, то S' – відповідатиме y').

Отже, ми маємо лише два види висловлювань Dsp і Hsp. Алгебраїзуємо їх.

Dsp = S+P+1, де 1 – алгебраїзований знак існування, який вказує на існування одного або кількох предметів думки S, які мають властивість P.

Hsp = -(S+ P)

Відсутність "1" в алгебраїзованому виразі означає, що предмета думки S з властивістю P не існує.

S і P при алгебраїзації набувають відповідно значень x, y, m. Якщо у формалізованому виразі є'– змінна (тобто x', y' чи m'), то в алгебраїзованому виразі вона стає -x, -y, -m – змінною відповідно. При алгебраїзації Dsp і Hsp-судження стають D і H відповідно.

При алгебраїзації немає значення, який засновок силогізму є першим, а який другим. Ця думка не суперечить думці Я. Лукасевича: "З погляду логіки порядок засновків у аристотелевій силогістиці є випадковим, тому що засновки силогізму утворюють кон'юнкцію, а члени кон'юнкції комутативні. Те, що більший засновок ставиться першим, це лише результат домовленості" [4, с. 73].

Позначимо індексом "1" (D_1, B_1, чи H_1) перше висловлювання силогізму, а "2" (D_2, B_2 чи H_2) – друге висловлювання.

Тоді знайдемо три тимчасові розв'язки силогізму:

$$Z_1 = H_1 + D_2$$
$$Z_2 = H_1 + H_2$$
$$Z_3 = H_2 + D_1$$

1) Якщо m зникає лише в одному тимчасовому розв'язку, то цей тимчасовий розв'язок і буде розв'язком силогізму;

2) Якщо m зникає в Z_2 і в Z_1 або Z_3, то розв'язком силогізму буде Bsp-висловлювання з тими змінними, що і в Z_1 або Z_3;

3) Якщо m зникає в трьох тимчасових розв'язках, то силогізм має два розв'язки: 1-й – це Bsp-висловлювання, яке об'єднує Z_1 і Z_2, 2-й – це Bsp-висловлювання, яке об'єднує Z_2 і Z_3.

4) Якщо m не зникає в жодному тимчасовому розв'язку певного силогізму, то висновку із засновків цього силогізму вивести не можна.

Для того, щоб отримати висловлювання, утворене засобами природної мови з нашого алгебраїзованого запису, потрібно цей запис деалгебраїзувати.

Деалгебраїзація – це процес, який протилежний до алгебраїзації. Наприклад, якщо ми маємо вираз x+y+1, то при деалгебраїзації x стає суб'єктом висловлювання (S), y – предикатом (P), а 1 – вказує на існування в крайньому разі одного предмета думки S з властивістю P.

Перевіримо правильність виведення висновку "Деякі поляки мали аналітичний склад розуму" із засновків методом алгебраїзації.

В алгебраїзованому вигляді наш силогізм виглядає так:

"Всі m є x" – означає "Деякі m є x" і "Жоден m не є x'", тобто D_1mx і H_1mx' і відповідає B_1mx, або ж в алгебраїзованому вигляді B_1.

"Деякі y є m" – відповідає D_2ym, і відповідає D_2.

$$B_1 = D_1 \text{ і } H_1$$
$$D_1 = m+x+1$$
$$H_1 = -(m-x)$$
$$D_2 = y+m+1$$

Тимчасові розв'язки:

$Z_1 = H_1 + D_2 = -(m-x)+y+m+1= - m+x+y+m+1= x+y+1$

Z_2 – шукати не слід, бо немає H_2.

Z_3 – шукати теж не варто, бо немає H_2.

Отже, ми маємо єдиний розв’язок x+y+1, деалгебраїзація якого означає: x+y+1 = Dxy – “Деякі x є y” (“Деякі поляки мали аналітичний склад розуму”).

Побудуємо таблицю:

Природна мова	**Формалізація**	**Алгебраїзація**	**Розв’язання**	**Деалгебраїзація**
Всі видатні логіки мали аналітичний склад розуму	B1mx (D1mx і H1mx’)- D1 і H1	D1 = m+x+1 H1 = -(m – x)	Z1= H1 + D2 = =-(m-x)+y+m+ +1 = x+y+1 x+y+1 означає “Деякі x є y” чи “Деякі y є x”, тобто “Деякі поляки мали аналітичний склад розуму”	Всі видатні логіки мали аналітичний склад розуму
Деякі поляки були логіками	D2mx (D2)	D2 = y+m+1		Деякі поляки були логіками
Видатні логіки	m	m		Видатні логіки
Ті, хто мали аналітичний склад розуму	x	x		Ті, хто мали аналітичний склад розуму
Поляки	y	y		Поляки
Всі	B	“+1”- в D і “-“ перед дужками в H		Всі
Деякі	D	+1		Деякі

Перевіримо правильність виведення висновку із засновків ще в кількох силогізмах цим методом.

Всі люди смертні

Сократ – людина

“Людей” позначимо m, “тих, хто смертні” – x, “тих, хто має ім’я Сократ” – y. Формалізуємо і алгебраїзуємо дані засновки:

$B_1mx \quad D_1mx$ і H_1mx' (D_1 і H_1)

$B_2ym \quad D_2ym$ і H_2ym' (D_2 і H_2)

$D_1 = m+x+1$

$H_1 = -(m-x)$

$D_2 = y+m+1$

$H_2 = -(y-m)$

Знайдемо тимчасові розв'язки: $Z_1 = H_1 + D_2 = x+y+1$

$Z_2 = H_1 + H_2 = -(y-x)$

$Z_3 = H_2 + D_1 = 2m–y+x+1$

Отже, ми маємо два розв'язки Z_1 і Z_2, тобто якщо деалгебраїзувати їх, то Dyx і Hyx', що є тотожним виразу Byx, тобто "Сократ – смертний".

Методом алгебраїзації можна вивести висновок навіть із двох заперечних засновків, що не можливо зробити в межах силогістики Аристотеля:

Жоден українець не був на Місяці

Жоден не-українець не був на Марсі

Позначимо "українців" – m, "тих людей, які були на Місяці" – x, "тих людей, які побували на Марсі" – y.

Формалізуємо: H_1mx

$H_2m'y$

Алгебраїзуємо: $H_1 = -(m+x)$

$H_2 = -(-m+y)$

Розв'язання: $Z_2 = H_1 + H_2 = -(m+x)-(-m+y) = -(x+y)$, тобто "Жоден x не є y" – "Жоден з тих, хто був на Місяці, не був на Марсі".

Формалізація висловлювань (Bsp, Dsp, Hsp), яку ми запропонували, при перевірці правильності виведення висновку із засновків в теорії силогістики методом алгебраїзації є допоміжним етапом, який ми застосовували для того, щоб полегшити процес кодування засобів природної мови і показати відмінність, що існує між формалізованим й алгебраїзованим виразами. Тому такий етап за необхідності може бути опущеним, що не вплине на перевірку правильності виведення висновку із засновків методом алгебраїзації.

Деякі x є m $D_1 = x+m+1$

Жоден y не є m $H_2 = -(y+m)$

$Z_3 = H_2 + D_1 = -(y+m)+x+m+1= x-y+1$

Тобто "Деякі x є y' (не-y)"

Цей метод показує фундаментальний зв'язок, який існує між логікою і математикою, дає змогу засобами математики проаналізувати теорію силогістики. На основі методу алгебраїзації можна розробити комп'ютерну програму, яка б, аналізуючи прості категоричні силогізми, побудовані засобами природної мови, перевіряла правильність виведення висновку із засновків, а це, своєю чергою, наближає нас до проблематики теорії штучного інтелекту, яка потребує подальших досліджень.

---

1. *Аристотель.* Сочинения в 4 х т. – М.: Мысль, 1978. – Т.2. – 687 с.
2. *Кэрролл Л.* История с узелками. – М.: Мир, 1973. – 408 с.
3. *Конверський А.* Логіка (традиційна та сучасна): Підручник. – К: Центр навчальної літератури, 2004. – 535 с.
4. *Лукасевич Я.* Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. – М: ИИЛ, 1959. – 312 с.
5. *Смирнов В.* Логические методы анализа научного знания. – М.: Наука, 1987. – 256 с.
6. *Субботин А.* Смысл и ценность формализации в логике // Философские вопросы современной формальной логики. – М.: Из-во АН СССР, 1962. – 364 с.
7. *Шуман А.* Философская логика: Истоки и эволюция. – Минск.: Экономпресс, 2001. – 368 с.

METHODS OF VERIFICATION OF RIGHTNESS OF GETTING A CONCLUSION EXPOSED OUT OF PRE-CONDITIONS IN THE THEORY OF SYLLOGISTICS

Andriy Synytsya

Ivan Franko National Univercity of L'viv, Universytets'ka Str. 1,
L'viv, 79000, Ukraine, k_istfil@franko.lviv.ua

The essence of the basic methods of verification of rightness of getting a conclusion is exposed out of pre-conditions in the theory of syllogistics which are developed, in particular, by Aristotle, L. Euler, D. Venn, L. Carroll, I. Loucasevych, V. Smirnov and other scientists. The own method of solution which is known as a method of algebraization is offered.

Key words: Syllogism, formalization, algebraization, dealgebraization.

Стаття надійшла до редколегії 19.12.2005
Прийнята до друку 30.01.2006